ЕРКИНБАЕВ НУРЛАН МАХСЕТОВИЧ

Бесов кеңістіктеріндегі бөлікті - аналитикалық функциялар үшін шекаралық түйіндесу есептері және олардың қолданбалары

8D05404 — Іргелі және қолданбалы математика білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алуға ұсынылған диссертацияның

АҢДАТПАСЫ

Шекаралық есептер аналитикалық функциялар теориясында жалпы функциялар теориясы мен дифференциалдық теңдеулер теориясында ғылыми маңызға ие зерттеу саласын құрайды.

Зерттеу тақырыбының өзектілігі. Бұл диссертациялық жұмыста үзіліссіз аналитикалық функциялар үшін шекаралық есептер, алғаш рет Бесов кеңістіктерінде зерттелуде. Бұл кеңістіктер үзіліссіз (бірақ Гёльдер бойынша емес) функциялар кеңістігіне енген, бұл зерттеудің ғылыми жаңалығын айқындайды. Бұған дейін мұндай және ұқсас есептерге Гёльдер үзіліссіздігі шарты қойылып қарастырылып келген.

Бесов кеңістіктерінің көмегімен дифференциалдық операторлар тығыздығының қасиеттерін, оның ішінде сингуляр интегралдарды, жоғалтусыз тікелей операторлардың өзіне тасымалдауға болады. Бұл, өз кезегінде, классикалық дифференциалдық теңдеулердің шешімдерінің бар болуын қамтамасыз ететін шарттарды әлсіретуге мүмкіндік береді. Мысалы, толқындық теңдеу үшін мұндай есептер О.В. Бесовтың еңбегінде жасалған, ал жазықтықтағы эллиптикалық жүйелер үшін Н.Қ Блиевтің жұмыстарында қарастырылған.

$$L = L_0 + L_1 + \ldots + L_m$$

контурлар жүйесі берілсін. Мұнда L_0 контуры қалған барлық

$$L_1, L_2, \ldots, L_m$$

контурларын өз ішіне қамтиды деп ұйғарайық.

Осы контурлармен шектелген D^+ облысы L_0 контурының ішкі жағында, бірақ

$$L_1, L_2, \ldots, L_m$$

контурларының сыртқы жағында орналасқан $m + 1$ байланысқан облыс болсын.

$D^+ \cup L$ жиынының толықтырушысы ретінде бүкіл жазықтықтағы облысты D^- деп белгілейміз. Яғни, D^- бұл D^+ облысының сыртқы толықтаушысы болып табылады.

Координаталар бас нүктесі D^+ облысының ішінде орналасқан деп аламыз. L-дің оң бағыты ретінде D^+ облысы сол жақта қалатындай бағыт қабылданады.

Осыған сәйкес, L_0 контуры сағат тіліне қарсы бағытта, ал $L_1, L_2, \dots, L_m$ контурлары сағат тілімен бағытталған деп есептеледі.

Бесов $B^r_{p,\theta}(L)$ кеңістігі, мұндағы r, p, θ параметрлер келесі шарттардың біреуін қанағаттандырады

$$\text{(I)} \quad 1 < p < 2, \theta = 1, r = 1/p,$$

$$\text{(II)} \quad 1 < p < 2, \theta \geq 1, r > 1/p,$$

$$\text{(III)} \quad p \geq 2, \theta \geq 1, r > 1 - 1/p.$$

Сонымен қатар, келесі теңсіздік орындалады деп болжаймыз

$$r + \frac{1}{p} - 1 < \nu \leq 1,$$

және $L \in C^{1,\nu}$, мұндағы $C^{1,\nu}$ – Гёльдер индексі ν -ге қатысты үзіліссіз туындысы бар функциялар класы.

Коши тектес интеграл арқылы келесі түрде өрнектеледі

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(\tau)}{\tau - z} d\tau + A.$$

Сохоцкий–Племеля формулалары

$$\Phi^+(z) = \frac{1}{2}\varphi(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau, \quad t \in L,$$

$$\Phi^-(z) = -\frac{1}{2}\varphi(t) + \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\varphi(\tau)}{\tau - t} d\tau, \quad t \in L,$$

(I) жағдайында $B_{p,1}^{1/p}(L)$ кеңістігі үзіліссіз функциялар кеңістігі $C(L)$-ге енеді, бірақ Гёльдер

$$H_\beta(L),\ \ 0 < \beta\ < 1$$

кеңістігіне енбеген. Осылайша, $B_{p,1}^{1/p}(L)$ класына жататын, контурда үзіліссіз, бірақ Гёльдер шартын қанағаттандырмайтын функциялар $\varphi(t)$ анықталады. Мұндай функциялар үшін Коши тектес интеграл $\overline{D^+}$ тұйық облысында үзіліссіз болып табылады және Сохоцкий–Племеля формулалары орындалады.

Бұл нәтиже маңызды, себебі жалпы жағдайда кез келген үзіліссіз тығыздық үшін Коши тектес интегралдың тұйық облыста үзіліссіз болуы міндетті емес екені белгілі. $B_{p,1}^{1/p}(L)$ класына жататын функциялар L_p-нормасында Гёльдер теңсіздігін қанағаттандырады.

(II) және (III) шарттарында

$$\varphi(t) \in B_{p,\theta}^{r}(L) \hookrightarrow H_\beta(L),\ \ \ 0 < \beta\ < 1,$$

және осы жағдайларда Коши тектес интегралдың $\Phi(z)$ функциясы $B_{p,\theta}^{1+\alpha}(D^+)$ кеңістігіне жатады. Бұл жағдайда $\Phi(z)$-ның жалпыланған туындылары $B_{p,\theta}^{\alpha}(D^+)$ кеңістігінде болады.

Бұл жұмыста Коши тектес интегралдардың көпбайланысты облыстардағы қасиеттері Бесов кеңістіктерінде зерттелді. Бұл нәтижелер көпбайланысты облыстардағы сингуляр интегралдық теңдеулерді шешуде, сондай-ақ математикалық физикадағы күрделі шекаралық есептердің теориясында қолдануға мүмкіндік береді.

Зерттеу мақсаты. Бұл диссертациялық зерттеу көп байланысты облыстардағы, бөлікті аналитикалық функциялар үшін шекаралық есептердің шешімділік шарттарын анықтауға бағытталған. Бұл шарттар үзіліссіз функциялар класында қарастырылып, олардың Бесов кеңістіктерінде орындалатыны дәлелденеді. Мұндай Бесов кеңістіктері коммутативті алгебра болып табылады, бұл олардың қасиеттерін функционалдық талдау әдістерімен тереңірек зерттеуге мүмкіндік береді.

Зерттеу нысаны. Үзіліссіз функциялар класына енген Бесов кеңістіктерінде көп байланысты облыстарда бөлікті аналитикалық функциялар үшін шекаралық есептер.

Зерттеу әдістері. Көп байланысты облыстарда бөлікті аналитикалық функциялар үшін шекаралық есептерін Бесов кеңістіктерінде шешу үшін Коши типтес интеграл әдісі қолданылады.

Теориялық және практикалық құндылығы. Зерттеудің теориялық маңыздылығы шекаралық есептерді қарастыруда қолданылатын жаңа әдістерді дамытумен байланысты. Бұған дейін мұндай және ұқсас есептер Гёльдер бойынша үзіліссіздік шартымен зерттеліп келген. Ал бұл жұмыста Гёльдер үзіліссіздігіне қойылатын шарттар жойылып, есептердің шешімін кеңірек кеңістіктерде іздеу мүмкіндігі қарастырылған. Бұл теориялық тұрғыдан шекаралық есептердің жаңа қасиеттерін ашуға және олардың шешімдерін тереңірек түсінуге жол ашады.

Зерттеудің тәжірибелік маңыздылығы түрлі салалардағы математикалық модельдеуге қатысты. Шекаралық есептер көптеген физикалық және инженерлік процестерде қолданылады, соның ішінде гидродинамика, аэродинамика, электротехника және серпімділік теориясы сияқты салаларда маңызды рөл атқарады. Бесов кеңістіктерін пайдалану есептің шешімін дәлірек табуға мүмкіндік беріп, қолданбалы есептерді шешуде жаңа мүмкіндіктер ашады. Осылайша, зерттеу жұмысы математикалық теорияны кеңейтумен қатар, оны тәжірибеде қолдану мүмкіндігін арттырады, бұл оны ғылыми және практикалық тұрғыдан ерекше маңызды етеді.

Ғылыми жаңалығы. Қорғауға ұсынылған негізгі нәтижелер. Бұл диссертациялық жұмыс шекаралық есептерді Бесов кеңістіктері тұрғысынан үзіліссіз функциялар класында (Гёльдер үзіліссіздігі талап етілмейді) шешудің әдісін ұсынады, бұл жұмыстың жаңалығына жатады. Белгілі болғандай, шекаралық түйіндес есепті шешу мен Коши типтес интегралдары бар сингуляр теңдеулер теориясы тығыз байланысты. Әрине, мұндай сингуляр интегралдық теңдеулер теориясын шекаралық түйіндес есептеріне жүгінбей-ақ дамытуға болады. Алайда, бұл есепті қарастыру теорияны ерекше қарапайым және көрнекі етеді.

Көп байланысты облыстағы біртекті және біртексіз Риман есебінің шешімі алғаш рет Бесов кеңістіктерінде алынды, шешімдердің шексіздіктегі қасиеттері зерттелді.

Аппробация. Диссертациялық жұмыстың нәтижелері келесі халықаралық конференцияларда баяндама жасалынды және талқылаудан өтті:

1. International congress on fundamental and applied sciences (ICFAS), Antalya, Turkey, 19-21 October.
2. VI International scientific conference “Non-local boundary value problems and related problems of mathematical biology, informatics and physics”, December 5-9, 2021, Nalchik, Kabardino-Balkarian Republic, Russia.
3. International scientific workshop “OTHA Fall 2021”, December 13-17, 2021, Southern Federal University. Rostov-on Don, Russia.
4. International conference “Numerical functional analysis-2021” of ICAAM, November 22-24, 2021, Istanbul, Turkey.

5. Workshop on Banach Spaces and Banach Lattices II, Instituto de Ciencias Mathematicas, May 9-13, 2022, Madrid, Spain.

Ғылыми тұжырымдардың, қорытындылар мен нәтижелердің сенімділігі мен негізділігі. Зерттеу жұмысындағы алынған нәтижелер осыған дейін белгілі ғалымдар жасаған дәлелдемелермен, индекстелеген халықаралық журналдардағы жарияланымдармен, сонымен қатар конференция материалдары арқылы расталады.

Жарияланымдар.

1. N. K. Bliev and N. M. Yerkinbayev, “Riemann problem for multiply connected domain in Besov spaces,” Boundary Value Problems, vol. 2024(1), 70, p. 9, 2024. https://doi.org/10.1186/s13661-024-01883-x. (Q1)
2. N. K. Bliev and N. M. Yerkinbayev, “Boundary conjugation problem for piecewise analytic functions in Besov spaces,” Complex Variables and Elliptic Equations, vol. 69(5), pp. 849–856, 2024. https://doi.org/10.1080/17476933.2023.2164887. (Q2)
3. N. K. Bliev, K. S. Tulenov, and N. M. Yerkinbayev, “Noetherian solvability and explicit solution of a singular integral equation with weighted carleman shift in besov spaces,” Complex Variables and Elliptic Equations, vol. 68, pp. 1264–1285, 2023. https://doi.org/10.1080/17476933.2022.2045975. (Q2)

Диссертацияның құрылымы. Диссертациялық жұмыс кіріспеден, 3 тараудан, қорытындыдан және қолданылған әдебиеттер тізімінен тұрады. Жұмыстың көлемі – 79 бет. Әдебиеттер саны – 35.